

Libris

Marius Perianu

Respect pentru oameni și cărți

Ioan Balica

Liviu Stroie

# Matematică

*caiet pentru vacanța de vară*

clasa a VII-a

**art**  
educațional

|                                                                                      |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Tema 1. Numere raționale. Numere reale .....</b>                                  | <b>5</b>   |
| <b>Tema 2. Calcul algebric .....</b>                                                 | <b>30</b>  |
| <b>Tema 3. Ecuații și inecuații. Elemente de organizare a datelor .....</b>          | <b>56</b>  |
| <b>Tema 4. Patrulater .....</b>                                                      | <b>84</b>  |
| <b>Tema 5. Asemănarea triunghiurilor .....</b>                                       | <b>108</b> |
| <b>Tema 6. Relații metrice în triunghiul dreptunghic .....</b>                       | <b>132</b> |
| <b>Tema 7. Cercul .....</b>                                                          | <b>155</b> |
| <b>Tema 8. Probleme pentru pregătirea<br/>examenului de Evaluare Națională .....</b> | <b>182</b> |
| <b>Tema 9. Introducere ... LA CE VA FI în clasa a VIII-a .....</b>                   | <b>187</b> |
| <b>Tema 10. Probleme cu ... probleme ... pentru a ajunge în top .....</b>            | <b>194</b> |
| <b>Tema 11. Matematică distractivă ... sau probleme serioase .....</b>               | <b>206</b> |

### Competențe generale

- Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
- Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice
- Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete
- Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
- Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă
- Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

### Valori și atitudini

- Dezvoltarea unei gândiri deschise și creative; dezvoltarea inițiativei, independenței în gândire și în acțiune pentru a avea disponibilitatea de a aborda sarcini variate
- Manifestarea tenacității, a perseverenței, a capacității de concentrare și a atenției distributive
- Dezvoltarea spiritului de observație
- Dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei probleme sau a construirii unei teorii
- Formarea obișnuinței de a recurge la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice
- Formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională



#### 1.1. Forme de scriere a numerelor raționale.

##### Compararea numerelor raționale

1. Se consideră mulțimea  $A = \left\{ -2; \frac{1}{6}; \frac{-12}{4}; \frac{10}{6}; 47; -\frac{1}{2}; \frac{15}{10}; \frac{6}{5}; 0; \frac{-11}{-33} \right\}$ .

Stabiliți ce fel de număr este fiecare element al mulțimii  $A$  și completați tabelul:

| $x$                                     | $-2$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{-12}{4}$ | $\frac{10}{6}$ | $47$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{15}{10}$ | $\frac{6}{5}$ | $0$ | $\frac{-11}{-33}$ |
|-----------------------------------------|------|---------------|-----------------|----------------|------|----------------|-----------------|---------------|-----|-------------------|
| $x \in \mathbb{Z}$                      | da   |               |                 |                |      |                |                 |               |     |                   |
| $x \in \mathbb{N}$                      | nu   |               |                 |                |      |                |                 |               |     |                   |
| $x \in \mathbb{Q}$                      | da   |               |                 |                |      |                |                 |               |     |                   |
| $x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ |      |               |                 |                |      |                |                 |               |     |                   |
| $x \in \mathbb{Q}_+$                    |      |               |                 |                |      |                |                 |               |     |                   |
| $x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ |      |               |                 |                |      |                |                 |               |     |                   |

#### 2. Transformați în fracții ordinare (nu neapărat ireductibile):

a)  $0,15 = \frac{15}{100}$  ;

b)  $1,2(4) = \frac{124-12}{90} = \frac{112}{90}$  ;

c)  $2,(6) = \frac{26-2}{9} = \frac{24}{9}$  ;

d)  $6,8 =$  .....

e)  $0,125 =$  .....

f)  $3,(72) =$  .....

g)  $0,98(6) =$  .....

h)  $2,8(604) =$  .....



i)  $13,175 =$  .....

k)  $4,22(3) =$  .....

m)  $0,232323 =$  .....

o)  $25,(25) =$  .....

j)  $0,0(8) =$  .....

l)  $0,0040 =$  .....

n)  $3,20(1) =$  .....

p)  $0,4(14) =$  .....

3. Se dau fracțiile ordinare ireductibile:

$\frac{6}{125}; \frac{7}{12}; \frac{1}{4}; \frac{1}{250}; \frac{2}{15}; \frac{13}{40}; \frac{5}{30}; \frac{11}{200}; \frac{3}{8}; \frac{9}{50}; \frac{29}{2}; \frac{10}{3}; \frac{3}{5}; \frac{103}{400}$ .

a) Scrieți-le pe acelea care se transformă în fracții zecimale finite:

*Soluție:* Alegem fracțiile ai căror numitori nu au nici un divizor prim diferit de 2 și 5 :  $\frac{6}{125}; \frac{1}{4};$

b) Amplificându-le corespunzător, transformați fracțiile găsite la punctul

a) în fracții zecimale:

*Soluție:*

$\frac{6}{125} = \frac{2^3 \cdot 3}{5^3} = \frac{48}{10^3} = 0,048$  ;  $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$  ;

4. Transformați în fracții zecimale, împărțind numărătorul la numitor :

a)  $\frac{13}{6} =$  ..... b)  $\frac{2}{5} =$  ..... c)  $\frac{7}{30} =$  .....

d)  $\frac{101}{45} =$  ..... e)  $\frac{17}{200} =$  ..... f)  $\frac{10}{7} =$  .....

g)  $\frac{5}{12} =$  ..... h)  $\frac{8}{3} =$  ..... i)  $\frac{29}{60} =$  .....

5. Se dau numerele:  $0,4; \frac{6}{-4}; 2,4; -1,500; 1\frac{1}{2}; 0,3(8); \frac{-6}{15}; \frac{14}{36};$

$-2; \frac{12}{-6}; 1,(5); \frac{4}{10}; 0,38(8); \frac{14}{35}; \frac{15}{10}; \frac{3}{-2}; -0,2$  și  $\frac{70}{45}$ . Stabiliți

câte numere raționale diferite se află în acest șir:

*Soluție:*

Fiecare număr rațional se scrie în mod unic sub formă de fracție ireductibilă (pozitivă sau negativă):

$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$2,4 =$  .....

$1\frac{1}{2} =$  .....

$\frac{6}{-4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

$-1,500 =$  .....

$0,3(8) =$  .....



În concluzie, în șirul dat se găsesc ..... numere raționale diferite.

6. Comparați (completați ● cu unul dintre simbolurile  $<$ ,  $=$  sau  $>$ ):

a)  $2,6$  ●  $2,48$ ;    b)  $0,300$  ●  $0,30$ ;    c)  $12,8$  ●  $14$ ;

d)  $3,47$  ●  $3,4(7)$ ;    e)  $6,002$  ●  $6,02$ ;    f)  $1,52(34)$  ●  $1,5(234)$ .

7. Comparați:

a)  $\frac{4}{3}$  ●  $4,3$ ;    b)  $0,2$  ●  $\frac{1}{2}$ ;    c)  $0,(6)$  ●  $\frac{3}{5}$ ;

d)  $0,74$  ●  $\frac{3}{4}$ ;    e)  $\frac{1}{9}$  ●  $0,12$ ;    f)  $3,2(8)$  ●  $\frac{27}{7}$ .

8. Folosind diverse reguli, precum: i) orice număr pozitiv este mai mare decât orice număr negativ; ii) pentru  $a, b > 0$  avem  $-a > -b \Leftrightarrow a < b$ ; iii) pentru  $a, b, c, d > 0$ :  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$ ; iv) dacă  $x < a$  și  $a < y$  atunci  $x < y$ , (adeseori  $a$  este considerat  $1$  alături de  $\frac{1}{2}$ ), comparați:

a)  $\frac{7}{3}$  ●  $2,9$ ;    b)  $\frac{5}{8}$  ●  $\frac{17}{35}$ ;

c)  $\frac{15}{14}$  ●  $-\frac{12}{7}$ ;    d)  $\frac{43}{81}$  ●  $\frac{26}{49}$ ;

e)  $-1,2$  ●  $\frac{9}{8}$ ;    f)  $-\frac{3}{2}$  ●  $-\frac{5}{6}$ ;

Loc  
pentru calcule

g)  $-\frac{1}{4}$  ●  $-\frac{1}{5}$ ;    h)  $\frac{7}{18}$  ●  $\frac{3}{8}$ ;

i)  $0,51(7)$  ●  $\frac{15}{29}$ ;    j)  $-\frac{7}{15}$  ●  $-\frac{5}{11}$ ;

k)  $\frac{24}{15}$  ●  $\frac{314}{145}$ ;    l)  $-0,27$  ●  $-\frac{3}{12}$ ;

m)  $\frac{3}{23}$  ●  $\frac{4}{27}$ ;    n)  $-\frac{1}{2}$  ●  $0,3$ ;

o)  $\frac{39}{26}$  ●  $-1,5$ ;    p)  $\frac{15}{18}$  ●  $0,8(3)$ ;

r)  $-\frac{73}{18}$  ●  $-3,(86)$ ;    s)  $\frac{5}{3}$  ●  $\frac{3}{2}$ .

Loc  
pentru calcule

9. Aflați

a)  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $\frac{14}{n} \in \mathbb{N}$ ;    b)  $n \in \mathbb{Z}$  pentru care  $-\frac{10}{n} \in \mathbb{N}$ ;

c)  $k \in \mathbb{N}$  pentru care  $\frac{15}{4-k} \in \mathbb{Z}$ ;    d)  $k \in \mathbb{Z}$  pentru care  $\frac{16}{2k+1} \in \mathbb{Z}$ ;

e)  $n \in \mathbb{Z}$  pentru care  $\frac{6}{n+2} \in \mathbb{Z}$ ;    f)  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $\frac{8}{3-n} \in \mathbb{Z}$ ;

*Soluție:*

a) .....    b) .....

c)  $\frac{9}{4-k} \in \mathbb{Z} \Rightarrow (4-k) | 9 \Rightarrow 4-k \in \{1; 3; 9; -1; -3; -9\}$ . Încercând 4 obținem  $-k \in \{-3; -1; 5; -5; -7; -13\}$ , de unde  $k \in \{3; 1; -5; 5; 7; 13\}$ .

Cum  $k \in \mathbb{N}$ , rezultă  $k \in \{3; 1; 5; 7; 13\}$ .

d)



e)

f)

## 1.2. Operații cu numere raționale

1. Efectuați (rezultatele exercițiilor din acest subcapitol vor fi scrise fie ca fracție zecimală fie ca fracție ordinară ireductibilă):

a)  $\frac{1}{6} + \frac{3}{8} =$  .....

b)  $\frac{7}{20} - \frac{1}{10} =$  .....

c)  $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} =$  .....

d)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$  .....

e)  $\frac{6}{8} : 2 =$  .....

f)  $\frac{12}{18} + 1 =$  .....

g)  $\frac{2}{15} + \frac{1}{35} =$  .....

h)  $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} =$  .....

i)  $\frac{27}{98} \cdot \frac{21}{81} =$  .....

j)  $6 - \frac{54}{24} =$  .....

k)  $5\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} =$  .....

l)  $2 : 12 =$  .....

2. Efectuați:

a)  $-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$  .....

b)  $\frac{5}{8} - 2 =$  .....

c)  $-\frac{3}{10} \cdot \left(-\frac{15}{9}\right) =$  .....

d)  $\frac{28}{12} - \frac{35}{15} =$  .....

e)  $\frac{2}{3} : (-12) =$  .....

f)  $-\frac{5}{3} + 1 =$  .....

g)  $\frac{5}{8} - \frac{3}{4} =$  .....

h)  $2 : \left(-\frac{1}{4}\right) =$  .....

i)  $-\frac{63}{40} \cdot \frac{64}{27} =$  .....

j)  $-\frac{2}{5} \cdot 3 =$  .....

k)  $-\frac{3}{6} - \frac{3}{6} =$  .....

l)  $-\frac{2}{5} : \frac{1}{10} =$  .....

3. Efectuați:

a)  $0,15 + 0,3 =$  ..... ; b)  $0,2 \cdot 0,3 =$  .....

c)  $7,2 - 0,83 =$  ..... ; d)  $2 : 0,4 =$  .....

e)  $(0,2)^3 =$  ..... ; f)  $2,08 - 2,8 =$  .....

g)  $0,25 - 1,3 =$  ..... ; h)  $0,6 : 0,3 =$  .....

i)  $(0,8)^2 =$  ..... ; j)  $3,75 : (-5) =$  .....

k)  $3,5 \cdot 0,08 =$  .....

l)  $2,59 - 15,7 =$  .....

m)  $3,2 : 3 =$  .....

n)  $0, (8) \cdot 3 =$  .....

o)  $-1,26 + 1,4 =$  .....

p)  $1,7 : 0,04 =$  .....

q)  $0, (5) + 0, (4) =$  .....

r)  $[-0, (6)]^2 =$  .....



4. Efectuați:

$$a) \frac{4}{63} + \frac{1}{18} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{7}$$

$$b) \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}\right) : 6 - 1$$

$$c) \left(\frac{12}{35} - \frac{7}{20}\right) \cdot \left(-1 - \frac{1}{6}\right)$$

$$d) \left(\frac{6}{32} + \frac{5}{24}\right) \cdot \frac{30}{38} - \frac{1}{8}$$

$$e) 3 - 2 : \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{12}{15}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$f) \frac{5}{6} : \frac{1}{3} : \left(\frac{12}{8} - \frac{5}{6}\right)$$

$$g) \frac{3}{4} - \frac{1}{12} : \frac{1}{4} - \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

$$h) \frac{4}{3} : \frac{2}{9} - \left(2 - \frac{3}{4}\right)$$

$$i) \frac{8}{3} - \left(\frac{14}{20} - \frac{1}{15}\right) : \frac{3}{10} - \frac{8}{15}$$

$$j) \frac{6}{24} + \frac{1}{6} - \left(\frac{15}{6} - 3\right) : \frac{3}{2}$$

5. Efectuați:

$$a) \left(\frac{1}{4} + 0,67 + \frac{5}{2}\right) : 0,2$$

$$b) \frac{\frac{3}{4}}{0,16} + 2,5 : 2$$



$$c) \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{25} = 0,1(5)$$

$$d) \frac{0,(3)}{0,6} + \left(\frac{1}{4} - 0,5\right)^2$$

$$e) \frac{\left[\left(12\frac{1}{12} + \frac{1}{10} + \frac{4}{15}\right) : \frac{1}{15} - 6 : \frac{1}{28}\right] \cdot \frac{4}{11}}{\left(5 \cdot 2\frac{2}{5} - 8\frac{3}{22}\right) : 42\frac{1}{2}}$$

$$f) \left[ \frac{\left(6 - 4\frac{1}{2}\right) : 0,03}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 + \frac{2}{5}} - \frac{\left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{80}} \right] : 2\frac{1}{10}$$

### 1.3. Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real

1. Stabiliți care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care false:

$$a) 2 \in \mathbb{Z} \text{ „A”}; b) 2,5 \in \mathbb{N} \text{ „F”}; c) 2,5 \in \mathbb{Q} \text{ „...”}; d) -3 \in \mathbb{Q} \text{ „...”};$$

$$e) 0 \in \mathbb{R} \text{ „...”}; f) \frac{3}{4} \notin \mathbb{Z} \text{ „...”}; g) -\frac{1}{2} \notin \mathbb{R} \text{ „...”}; h) 0,(3) \in \mathbb{Z} \text{ „...”}.$$

$$2. \text{ Se consideră mulțimea } A = \left\{ -\frac{3}{5}; \sqrt{36}; \frac{15}{3}; 6,1; 3\sqrt{2}; \frac{1}{3}; \sqrt{1}; \sqrt{2} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A \cap \mathbb{N} = \{ \dots \};$$

$$A \cap \mathbb{Q} = \{ \dots \};$$

$$A \cap \mathbb{Z} = \{ \dots \};$$

$$A \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) = \{ \dots \}.$$

3. Calculați:

$$a) |12| = \dots \quad b) |-10| = \dots \quad c) |3,2| = \dots \quad d) |-0,4| = \dots$$

$$e) |\sqrt{5}| = \dots \quad f) |-2\sqrt{2}| = \dots \quad g) |\sqrt{3} - 1| = \dots \quad h) \left| -\frac{3}{7} \right| = \dots$$

4. Încadrați fiecare dintre numerele următoare între două numere întregi consecutive:

$$a) 1 < \sqrt{2} < 2 \quad b) -3 < -2,5 < -2 \quad c) \dots < \sqrt{5} < \dots$$

$$d) \dots < -7,3 < \dots \quad e) \dots < 0,2 < \dots \quad f) \dots < 2\sqrt{2} < \dots$$

5. Completați cu unul dintre semnele "<", ">" sau "=":

$$a) 2 \bigcirc 5;$$

$$b) 3,9 \bigcirc 4,5;$$

$$c) -5 \bigcirc 0;$$

$$d) 6,9 \bigcirc 6,75;$$